

QUELQUES DEFINITIONS

COMPARER DES COLLECTIONS D'OBJETS :

Quand on range des objets suivant leur taille par exemple dans un ordre croissant ou décroissant, on effectue des rangements. En mathématiques, le mot rangement correspond à une relation d'ordre mais il ne faut pas le confondre avec le mot classement qui a le même sens dans le langage courant mais pas en mathématiques.

L'aspect ordinal du nombre apparaît également pour comparer des collections d'objets. Une procédure de comparaison est la correspondance terme à terme. Par exemple, pour savoir si deux collections d'objets ont le même nombre d'éléments, il suffit de placer un objet de chaque collection côte à côte. **Si chaque objet de la première collection se trouve à côté d'un objet de la deuxième collection il y en a autant. La correspondance terme à terme permet également de savoir si une collection en a plus ou moins que l'autre.**

D'autres procédures de comparaison existent :

- par comptage des éléments de chacun des ensembles à comparer,
- par subitizing ou reconnaissance globale surtout quand le cardinal de chacune des deux collections est très différent,
- par l'écriture chiffrée du nombre d'éléments des deux collections.

Dénombrer une collection d'objets signifie pouvoir dire combien cette collection comporte d'objets. Cette connaissance est proche des notions autant que, plus que, moins que.

Le terme "**comptage**" est souvent utilisé avec la même signification que le terme "dénombrement" : **compter les objets d'une collection, c'est chercher à exprimer la quantité au moyen d'un nombre.** Pour clarifier les questions d'enseignement et d'apprentissage, il nous semble cependant utile de distinguer ces deux termes.

Le **dénombrement** d'une quantité d'objets peut être réalisé par deux grandes catégories de procédures :

- Celles qui s'appuient sur la suite orale des nombres : on associe alors un mot de la suite " un, deux, trois... " à chaque objet (**on utilise alors le comptage** de un en un) ou encore on organise d'abord les objets par paquets et on utilise la suite orale " de deux en deux ", " de cinq en cinq "... (comptage de deux en deux, de cinq en cinq...);
- Celles qui s'appuient sur **le calcul** : ainsi, pour dénombrer le nombre de fauteuils d'une salle qui comporte 15 rangées de 24 fauteuils, on peut utiliser le calcul du produit 24×15 .

Le terme "**comptage**" est utilisé pour désigner toute procédure qui s'appuie sur la suite des nombres. On vient de voir que le comptage peut être utilisé comme procédure de dénombrement.

Mais il est aussi utilisé par les jeunes enfants pour traiter des problèmes arithmétiques avant que les premiers éléments du calcul ne soient en place (résultats mémorisés, techniques de calcul). Quatre types de procédures peuvent être distingués :

- Le **recomptage du tout** : s'il s'agit de déterminer combien il y a d'images dans une enveloppe fermée sachant qu'on en a mis successivement 4 et 3, un jeune enfant peut, par exemple, représenter les deux quantités avec ses doigts et dénombrer les doigts levés par comptage un par un ;
- Le **surcomptage ou comptage en avant** : pour répondre à la même question, l'enfant ne représente par exemple avec ses doigts que " la quantité 3 " et avance de un en un au-delà de 4 (*cinq, six sept*) en pointant les doigts levés ;
- Le **décomptage ou comptage en arrière** : il peut être utilisé pour résoudre un problème du type " on a retiré 3 objets d'une collection de 8 objets ", l'enfant reculant de 3 dans la suite des nombres (*sept, six, cinq*) ;
- Le **double comptage** : il est, par exemple, utilisé pour déterminer combien il faut encore mettre d'objets dans une boîte qui en contient six pour en avoir dix ; l'enfant compte en avant au-delà de six jusqu'à dix (*sept, huit, neuf, dix*) et " compte " les nombres dits, ce qui est facilité s'il a levé un doigt pour chaque nombre dit.

Ces quelques exemples montrent l'importance qu'il peut y avoir, avec les jeunes enfants à assurer une bonne maîtrise de la suite orale des nombres et une certaine habileté gestuelle (usage des doigts, par exemple).

Les entiers naturels permettent de désigner des quantités (appelé aspect cardinal du nombre) grâce à des écritures en chiffres (en général) ou en mots à l'écrit ou grâce à des mots à l'oral (appelés mots nombres). Cependant ni les chiffres, ni les mots-nombres ne sont indispensables pour percevoir soit la même quantité d'objets dans deux collections, soit les variations ou les invariants d'une quantité d'objets.

Au début du cycle 2, une question peut se poser : Comment garder la mémoire d'une information quantitative ?

Le plus accessible aux élèves dans un premier temps est de construire des collections d'objets (par exemple des jetons) en correspondance terme à terme avec la collection initiale. L'étape suivante consiste à utiliser des symboles comme les chiffres ou les mots. Le dénombrement peut utiliser une suite de mots énoncés en correspondance terme à terme, le dernier mot prononcé représente le nombre quantité d'objets de la collection. Ce dernier point est essentiel et difficile à acquérir puisqu'il s'agit de mettre en relation la suite orale des nombres et leur aspect cardinal. Les compétences nécessaires pour dénombrer correctement sont d'après R. Gellman et C.R. Gallistel (qui correspondent à de réelles difficultés d'apprentissage à prendre en compte pour les élèves de maternelle) :

- le principe d'adéquation unique : chaque mot énoncé doit être mis en correspondance unique avec un objet de la collection à dénombrer
- le principe d'ordre stable : les mots nombres doivent énoncer dans un ordre strict, c'est à dire que la comptine numérique orale doit être maîtrisée.
- le principe cardinal : le dernier mot de la suite représente le cardinal de la collection
- le principe d'abstraction : on peut compter des objets qui n'ont pas de liens particuliers en eux
- le principe de non-pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel sont pris les différents objets non pas d'importance.

Reconnaissance immédiate de petites quantités (**subitizing**)

Ni les chiffres, ni les mots nombres ne sont indispensables pour percevoir soit la même quantité d'objets dans deux collections, soit les variations ou les invariants d'une quantité d'objets.

Le mot « subitizing » signifie reconnaissance immédiate de quantités, en général, petites. Par exemple essayer d'indiquer le nombre d'étoiles ci-dessous d'un seul coup d'œil
* * * *

Bien sûr, la disposition des objets, ainsi que la connaissance de certaines dispositions spatiales connues joue un rôle dans la réussite de cet exercice.

Cette reconnaissance de petites quantités semblent pouvoir s'acquérir par différents procédés, en particulier reconnaître des constellations connues comme sur les dés ou bien reconnaître le nombre de doigts d'une ou de deux mains.

Désignation :

Les différents systèmes de désignation des nombres (chiffré, oral et littéral) sont fondés sur les principes de la numération décimale. Mais alors que le système de désignation chiffré est construit à partir de règles ne souffrant aucune exception, le système oral (ou littéral) est marqué par un nombre plus ou moins important d'irrégularités, variable selon les langues. La langue française est l'une de celles qui présente le plus de difficultés, notamment pour les nombres inférieurs à 100... qui sont également les premiers à être étudiés.

Pour les nombres inférieurs à 100, la désignation orale et littérale des nombres pourrait s'accommoder de l'usage d'un nombre limité de mots. Onze mots (de zéro à dix) suffisant à exprimer tous les nombres, 13 se disant *dix-trois* (ou *un-dix-trois*), 23 se disant *deux-dix-trois* et 93 se disant *neuf-dix-trois*. Au lieu de cela, l'histoire nous a légué des mots spécifiques pour les nombres de 11 à 16, en a introduit d'autres pour les dizaines (*vingt, trente...*) et, contrairement à d'autres pays (Belgique, Suisse) a conservé des expressions complexes (*soixante-dix, quatre-vingt et quatre-vingt-dix*) à la place de *septante, de huitante* (ou *octante*) et de *nonante*.

Roland Charnay

Énumération : c'est faire un inventaire exhaustif (pas de rapport immédiat avec le nombre)

Dénombrer une collection = savoir nombre + énumération + coordination des deux.

Principaux concepts liés aux mathématiques à l'école maternelle

